

УДК 372.851

Е. С. Кривошеева,факультет математики, информатики, физики и технологии,
Омский государственный педагогический университет
Научный руководитель: канд. пед. наук, доц. М. В. Дербуш

Методика изучения принципа Дирихле при подготовке учащихся 5–7-х классов к участию в олимпиаде

Аннотация. В статье представлены методические особенности обучения учащихся 5–7-х классов теме «Принцип Дирихле» в ходе подготовки к участию в олимпиадах. Рассматриваются различные формулировки принципа Дирихле, приводятся конкретные примеры различного типа задач на его применение.

Ключевые слова: принцип Дирихле, математический кружок, методическая система обучения, олимпиадная математика, школьный курс математики.

В настоящее время возрастает роль математического образования, так как оно способствует интеллектуальному развитию личности, гибкости ума, критическому мышлению, логике, функциональной грамотности. Математика развивает навыки, которые хорошо применимы в повседневной жизни, учит анализировать, выдвигать гипотезы, а также является основой научных и технических дисциплин. В последнее время всё большей проблемой становится подготовка квалифицированных кадров в области математики. Яркий пример — огромная нехватка учителей математики в школах. Возможно, это связано с внедрением ЕГЭ и мобильным интернетом. Ученики привыкли решать задачи стандартным шаблонным способом и находить ответ «загуглив», не прилагая к этому никаких усилий. Из-за этого только единицы стараются решать задачи повышенного уровня, олимпиадного типа.

Одним из решений данной проблемы является проведение олимпиад и подготовка к ним учащихся на занятиях в математических кружках, проводимых в школе. Так как 5–7-е классы получают базовые знания, то лучше начинать активно с ними работать в этом направлении. Хотя олимпиад многие боятся, но они являются хорошим мотиватором для школьников, особенно если учащиеся добиваются положительного результата в решении задачи.

Среди классических методов решения олимпиадных задач широкую известность получил принцип Дирихле. Универсальность этих задач заключается в том, что их решение базируется не на сложной математической подготовке, а на четкос-

ти логического мышления. Это обуславливает их широкое использование в олимпиадах, охватывающих все этапы обучения — с начальных классов по высшую школу. «Задачи на принцип Дирихле относятся к логическим задачам, которые решаются методом от противного. Это задачи, в которых требуется доказать, что если выполнено некоторое условие А, то обязательно будет иметь место утверждение В» [1, с. 5].

Наиболее распространена следующая формулировка принципа Дирихле: «Если кролики посажены в клетки, причем число кроликов больше числа клеток, то хотя бы в одной из клеток находится более одного кролика» [2, с. 8].

Также популярна формулировка: «Если в n клетках сидит $(nk + 1)$ зайцев, то хотя бы в одной клетке зайцев не менее $(k + 1)$ » [1, с. 7].

Рассмотрим методику изучения задач, решаемых с использованием принципа Дирихле, на конкретном примере. Дана задача: «*Обязательно ли среди двадцати пяти «медных» монет (т. е. монет достоинством 1, 2, 3, 5 коп.) найдется семь монет одинакового достоинства?*»

Прежде чем решать данную задачу, стоит напомнить или объяснить принцип Дирихле на примере «кроликов» и «клеток». Лучше подготовить интерактивную презентацию или инсценировать данную ситуацию — нужно рассадить наших кроликов в клетки. Далее рассуждаем вместе с ребятами над темой, даем формулировки принципа Дирихле. Также можно немного рассказать про самого математика Петера Густава Лежена Дирихле, чтобы заинтересовать детей историей математики.

Возвращаясь к задаче про монеты, рассуждаем вместе с учащимися, что в данной задаче будем принимать за «кроликов», а что служит «клеткой». Определившись, что «клеток» у нас четыре — это медные монеты достоинством 1, 2, 3 и 5 копеек, начинаем раскладывать наши 25 монет в каждую «клетку». Приходим к тому, что в каждой клетке сидит по 6 кроликов, но остался еще один, которого нужно рассадить. Получается, что он будет седьмым кроликом в какой-либо клетке. То есть нашлись семь монет одинакового достоинства.

Для решения задач на принцип Дирихле можно использовать счетные палочки, что помогает учащимся легче сориентироваться.

Рассмотрим второй пример: *«Внутри равнос-тороннего треугольника со стороной 1 распо-ложено 5 точек. Доказать, что можно выбрать две из них, расстояние между которыми не более 0,5»* [1, с. 23].

Для решения задачи нужно нарисовать равносторонний треугольник и провести в нем средние линии. Можно рисунок сделать в программе GeoGebra или другом удобном сервисе. Наш треугольник разобьется на четыре равносторонних треугольника со стороной 0,5. Здесь уже ребята начинают задумываться: у нас есть пять точек и четыре треугольника. Рассуждениями их наталкиваем на то, что можно применить принцип Дирихле и найти «кроликов» и «клетки». Получается, что найдется треугольник, в котором не менее двух точек.

Далее выполняем оценку расстояний. Пользуемся правилом, что в равностороннем треугольнике максимальное расстояние между точками — это длина стороны этого треугольника. Так как у каждого полученного треугольника длина стороны равна 0,5, тогда наибольшее расстояние внутри треугольника между любыми двумя точками не превосходит 0,5.

После проделанных действий и рассуждений строим вывод: среди 5 точек, находящихся внутри равностороннего треугольника со стороной 1, обязательно найдутся две точки, расстояние между которыми не превышает 0,5.

После решения задач проводится рефлексия: что показалось самым трудным, как можно улучшить понимание принципа Дирихле.

Для глубокого усвоения материала целесообразно рассмотреть несколько разнотипных задач в совместной работе, после чего предложить учащимся решить аналогичные задания самостоятельно. На заключительном этапе необходима проверка решений, позволяющая выявить не только формальную правильность ответа, но и степень осмысленного понимания условия каждой задачи.

Из всего вышесказанного можно сделать следующий вывод. Олимпиадная математика играет важную роль в школе, так как она способствует выявлению и развитию одаренных детей, выявляет навыки решения нестандартных задач, развивает критическое и логическое мышление. Одной из основных тем олимпиадной математики является принцип Дирихле.

1. Летчиков А. В. Принцип Дирихле. Задачи с указаниями и решениями : учеб. пособие. — Ижевск : Изд-во Удм. ун-та, 1992. — 108 с.

2. Федотов М. Б. Олимпиадная математика. Задачи на принцип Дирихле с решениями и указаниями. 8–9 классы : учеб.-метод. пособие / под ред. М. В. Федотова. — М. : Лаборатория знаний, 2024. — 175 с.