

УДК 372.851

А. О. Черемных, А. Ч. Квон,Институт естественных наук и техносферной безопасности,
Сахалинский государственный университет, Южно-Сахалинск
Научный руководитель: канд. пед. наук, доц. В. А. Матвеева

Доказательство теорем: от математической процедуры к инструменту развития логики

Аннотация. Статья раскрывает дидактический потенциал доказательства теорем как инструмента развития логического мышления школьников. На основе соотнесения этапов доказательства с компонентами логического мышления предлагается методическая модель для формирования системного мышления и логических действий в рамках предметной области «Математика и информатика».

Ключевые слова: логическое мышление, доказательство теорем, развитие мышления, логические действия, обучение математике.

В современном школьном образовании сохраняется актуальное противоречие. С одной стороны, Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования непосредственно предписывает формирование элементов логического мышления в рамках предметной области «Математика и информатика». С другой стороны, методические подходы к интеграции основ математической логики в учебный процесс остаются недостаточно систематизированными и эффективными. При этом логическое мышление, понимаемое как комплекс познавательных действий (анализ, синтез, сравнение, обобщение и др.), является центральным объектом формирования.

Проблеме формирования и развития логического мышления посвящены работы многих отечественных и зарубежных методистов, психологов и педагогов: В. А. Гусева, Д. Пойа. Проблемы логического мышления в школе и вузе изучали А. Н. Колмогоров, В. А. Успенский, Л. М. Фридман и др. Проблеме формирования логического мышления на уроках математики посвящены современные работы М. А. Екимовой, С. Ю. Носырева, Е. А. Хотченковой и др.

Ключевой теоретической основой исследования выступает культурно-историческая теория Л. С. Выготского [1], согласно которой логическое мышление формируется в процессе интериоризации внешней коллективной деятельности. Таким образом, его развитие представляет собой культурный процесс, опосредованный усвоением «психологических орудий» — математических символов, алгоритмов и логических структур.

Целью исследования является рассмотрение связи между этапами доказательства теоремы и компонентами логического мышления.

Развитие у школьников рефлексии своей мыслительной деятельности, механизмов собственно мышления, осознания структуры мыслительных операций и форм мышления — необходимое условие для развития логического мышления [3].

В процессе обучения математике доказательство теорем выступает не только как средство усвоения знаний, но и как инструмент формирования логического мышления. Процесс доказательства теорем является моделью для формирования ключевых компонентов логического мышления. Так, на этапе анализа условия теоремы у школьников развивается аналитико-синтетическая деятельность и способность к абстракции [2]; этап выдвижения гипотезы тренирует индуктивные и аналогические умения; построение цепочки умозаключений напрямую формирует дедуктивное мышление (табл. 1).

Разберем эти соответствия на примере доказательства теоремы Пифагора в приведенной ниже таблице (табл. 2).

Проведенный анализ позволяет заключить, что доказательство теорем является рефлексивной деятельностью, в которой метакогнитивные процессы (анализ, обобщение, рефлексия) становятся прямым объектом усвоения. Соотнесение этапов доказательства с компонентами логического мышления, представленное в данной статье, создает эффективную методическую модель для педагога. Реализация этой модели на практике отвечает задачам ФГОС и способствует переходу от формирования предметных знаний к развитию универсальных логических действий учащихся.

Таблица 1

Соотношение компонентов логического мышления и этапов доказательства теорем

Компоненты логического мышления	Этапы доказательства теоремы
Анализ	Анализ условия теоремы: выделение известных и искоемых элементов
Синтез	Построение общей логической схемы доказательства; объединение промежуточных выводов в целостную аргументацию
Сравнение	Сопоставление данной теоремы с уже известными теоремами или задачами; выбор метода доказательства
Абстрагирование	Формулирование общих рассуждений без опоры на конкретные значения; переход от частного случая к общему утверждению
Индуктивное умозаключение	Поиск закономерности или выдвижение гипотезы на основе рассмотрения частных случаев теоремы
Дедуктивное умозаключение	Непосредственное пошаговое выведение заключения теоремы из ее условий на основе аксиом, определений и ранее доказанных теорем
Обобщение	Формулирование выводов и следствий из доказанной теоремы; распространение полученного результата на более широкий класс объектов

Таблица 2

Пример соотношения компонентов логического мышления и этапов доказательства при доказательстве теоремы Пифагора

Компоненты логического мышления	Этапы доказательства теоремы
Анализ	Рассматриваем прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C. Выделяем известные элементы — катеты $AC = a$, $BC = b$ и гипотенузу $AB = c$. Определяем, что требуется доказать равенство: $a^2 + b^2 = c^2$
Сравнение	Сравниваем известные свойства квадратов, построенных на сторонах прямоугольного треугольника, и ищем геометрические зависимости между ними
Синтез	Строим квадрат со стороной $(a + b)$ и располагаем в нем четыре равных прямоугольных треугольника так, чтобы образовался внутренний квадрат со стороной c . Это объединение элементов в целостную конструкцию, необходимую для доказательства
Абстрагирование	Отвлекаемся от конкретных числовых значений сторон, рассматриваем только геометрические соотношения между площадями фигур
Индуктивное умозаключение	Замечаем закономерность: при любом прямоугольном треугольнике площади квадратов на катетах всегда суммируются в площадь квадрата на гипотенузе
Дедуктивное умозаключение	Проверяем логическую корректность каждого перехода. Проверяем соответствие между условием и заключением
Обобщение	Теорема справедлива для любого прямоугольного треугольника

1. *Выготский Л. С.* Лекции по психологии. Мышление и речь. — М. : Юрайт, 2024. — 432 с.

2. *Матвеева В. А., Самсикова Н. А.* Метод заблуждений в обучении математике // Преподаватель XXI век. — 2022. — № 3, ч. 1. — С. 122–128. — DOI: 10.31862/2073-9613-2022-3-122-128

3. *Морозова Е. В.* Пути развития логического мышления и логической рефлексии учащихся в условиях модернизации школьного образования // Современные проблемы науки и образования. — 2014. — № 5. — URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=14962> (дата обращения: 13.11.2025).