УДК 517

Д. И. Москвина,
факультет математики, информатики, физики и технологии,
Омский государственный педагогический университет
Научный руководитель: канд. пед. наук Т. П. Фисенко

Отдельные приложения математического анализа в экономике

Аннотация. В статье рассматриваются некоторые приложения средств математического анализа для решения экономических задач; сделан обзор экономических направлений, где могут использоваться возможности предельного перехода и дифференциального исчисления.

Ключевые слова: математический анализ, экономические задачи, предельный переход, производная, функции.

При решении ряда задач, поставленных в экономике, приходится прибегать к составлению математических моделей объектов (явлений), т. е. описывать изучаемые зависимости, закономерности между экономическими величинами с помощью функций и исследовать их. Математический анализ посредством предельного перехода, возможностей дифференциального и интегрального исчислений позволяет делать определенные выводы об экономических процессах, описываемых определенными функциями. В зависимости от цели, поставленных задач выбирается соответствующий математический аппарат.

В экономике работают с функциями как одной, так и нескольких переменных. Среди математических функций встречаются при описании экономических процессов (явлений) линейные, обратные пропорциональности, показательные, логарифмические и иногда тригонометрические, описывающие сезонные колебания. Среди функций, обусловленных экономическим содержанием, рассматриваются такие, как функция полезности (зависит от интенсивности действия), производственная функция (зависит от факторов, обуславливающих результативность деятельности при производстве), функция спроса, потребления и предложения (зависит от таких факторов, как цена, доход и др.) [1].

Построение графиков зависимости объема вложений в инновации и планируемого дохода за определенный промежуток времени позволяет определить точку возврата инвестиций; с опорой на графики общих издержек и ожидаемой выручки (зависит от цены товара) при разных уровнях объема продаж можно найти точку безубыточности и т. д. Преобразование графиков функций также позволяет визуально представить, что будет происходить при изменении значений одного фактора или общего значения.

Нередко для оценки экономических показателей (качества, эффективности, стабильности и др.) используются определенные коэффициенты. Для характеристики этих коэффициентов и понимания того, как интерпретировать тот или иной результат, можно использовать предельный переход. Для достаточно простого случая приведем пример возможных предельных рассуждений. Управление кадрами предусматривает расчет коэффициента текучести кадров:

$$K_T = \frac{Ч_у}{\overline{Ч}},$$

где $Ч_у$ — численность работников, уволившихся по собственному желанию и за нарушение трудовой дисциплины за отчетный период;

$\overline{Ч}$ — среднесписочная численность работников за тот же период [2, с. 108].

Если $Ч_у \to \overline{Ч}$, то $K_T \to 1$, если $Ч_у \to 0$, то $K_T \to 0$.

Если же на предприятии $\overline{Ч} \to \infty$, то при $Ч_у = C < \infty$

получаем $K_T \to 0$. Таким образом, коэффициент текучести кадров может быть в пределах от 0 до 1, и чем он больше (ближе к 1), тем больше текучесть кадров, а чем он ближе к 0, тем меньше численность уволившихся по сравнению с общим количеством работников на предприятии.

Предельный переход также позволяет делать вывод о результатах исследуемых процессов, если они будут достаточно продолжительными или определенный фактор будет неограниченно возрастать или уменьшаться при неизменности прочих факторов. В частности, к понятию числа e (второй замечательный предел) можно подойти, решая задачу о непрерывном начислении сложных процентов.

В экономике средняя величина определяется как отношение совокупной (суммарной) величины $f(x)$ к этой независимой переменной x, а предельная величина — как производная суммарной величины x. Так, отношение объема произведенной продукции ΔQ за промежуток времени Δt к этому временному промежутку и характеризует среднюю производительность, а предельное значение этого отношения при $\Delta t \to 0$ определяет значение производной функции $Q(t)$ в точке t_0, т. е. производительность труда в момент времени t_0. Здесь производная выступает как скорость изменения некоторого экономического процесса по времени или относительно другого исследуемого фактора.

Наряду с экономическим смыслом производной основы дифференциального исчисления используются при решении задач на поиск критических (минимальных или максимальных) значений. Рассмотрим на конкретном примере реализацию таких возможностей.

Пусть функция K, представляющая количество единиц продукции, может быть выражена как функция одной переменной x:

$$K = K(x) = 2x + 5\sqrt{2900 - x^2}.$$

Найдем наибольшее значение $K(x)$ с помощью производной.

$$K'(x) = 2 - \frac{5x}{\sqrt{2900 - x^2}}.$$

Производная обращается в ноль при $x = 20$. Заметим, что $K'(x) > 0$ при $x < 20$ и $K'(x) < 0$ при $x > 20$, поэтому в точке $x = 20$ будет наибольшее значение.

$$K(20) = 290 \text{ (ед. продукции)}.$$

Ответ: наибольшее число единиц продукции, которое можно будет выпустить на двух заводах, равно 290.

Таким образом, мы рассмотрели такие основы математического анализа, как предельный переход и дифференциальное исчисление, связанные с поиском решения различных экономических задач, а также разобрали некоторые задачи с экономическим содержанием, которые решаются с помощью аппарата математического анализа.

1. Дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных с приложениями : учеб. пособие / Д. А. Мустафина, И. В. Ребро, С. Ю. Кузьмин, Н. Н. Короткова. — Волгоград : ВПИ (филиал) ВолгГТУ, 2009. — 118 с.

2. Экономика организации (предприятия) : учеб. пособие / под общ. ред. д-ра экон. наук, проф. Т. К. Руткаускас. — Екатеринбург : Изд-во УМЦ УПИ, 2018. — 260 с.