УДК 372.851

**А. Е. Килевник**,
факультет математики, информатики, физики и технологии,
Омский государственный педагогический университет
Научный руководитель: д-р пед. наук, проф. В. А. Далингер

# О роли когнитивно-визуального подхода при обучении учащихся решению уравнений с параметрами

*Аннотация*. В статье рассматриваются возможности когнитивно-визуального подхода в рамках обучения учащихся решению уравнений с параметрами в курсе старшей школы. Приводятся примеры решения уравнений с параметрами на основе визуальных образов.

*Ключевые слова:* обучение математике, когнитивно-визуальный подход, типы восприятия информации, параметр, уравнение с параметром.

В психологии типы восприятия детьми различной информации подразделяют учащихся на кинестетиков, аудиалов и визуалов. Считается, что кинестетиками являются все дети дошкольного и младшего школьного возраста. Им необходимо все потрогать, подержать в руках. Аудиалы — тип восприятия через орган слуха, таких людей очень мало, около 5 %. Большинство ребят относится к визуалам, для них «лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать». Поскольку визуалов очень много среди школьников, возникает потребность в использовании когнитивно-визуального подхода — обучения глазами.

Остановимся на одной из важнейших тем в курсе математики старшей школы — уравнения с параметрами. Задачи с параметрами входят в структуру единого государственного экзамена. Однако к выполнению данного задания приступают только около 6 % учащихся и только 3 % с ним справляются [3]. В чём же проблема? Уравнения с параметрами являются одним из высоко оцениваемых заданий — 4 первичных балла. Так почему учащиеся не выполняют его? Ответ на этот вопрос лежит на поверхности — дети не понимают его смысл. Ввиду этого вытекает актуальность темы — необходимость обучения учащихся решению уравнений с параметрами с помощью когнитивно-визуального подхода.

Как пишет В. А. Далингер, «учителя делают упор на логическое мышление, то есть на левое полушарие, в то время как правое полушарие головного мозга отвечает за наглядно-образное мышление» [2, с. 5]. Ввиду этого предлагается строить обучение на основе когнитивно-визуального подхода, главная идея которого — широкое и целенаправленное использование познавательной функции наглядности.

Технологии визуального мышления направлены на развитие пространственного видения и способностей моделирования процессов, составляющих объект исследования в науке. Визуализировать задачи можно как в явном виде — с использованием графиков, чертежей, координатных осей, а также декартовых систем координат, так и в неявном виде — при помощи анализа задачи, рассуждений [1].

Рассмотрим пример использования когнитивно-визуального подхода при решении уравнений с параметрами.

*Задание 1.* При каких значениях параметра $a$ система уравнений

$$\begin{cases} ax-4y=a+1, \\ 2x+(a+6)y=a+3 \end{cases}$$

а) имеет бесконечное множество решений;

б) не имеет решений?

Решение задачи облегчается, если при анализе задачи заметить, что каждое уравнение представляет собой прямую. Стоит вспомнить, как могут располагаться две прямые: если прямые пересекаются (одно решение), если прямые параллельны (не имеет решения), если прямые совпадают (бесконечное множество решений) (рис. 1). В задаче попросили найти, при каких значениях параметра $a$ система имеет бесконечное множество решений и не имеет решений, делаем вывод, что прямые будут совпадать в первом случае, и во втором будут параллельными относительно друг друга. Стоит вспомнить, в каком случае прямые будут совпадать — если равны их угловые коэффициенты и равны свободные члены, а в каких будут параллельными — если совпадают угловые коэффициенты, а свободные члены не совпадают.

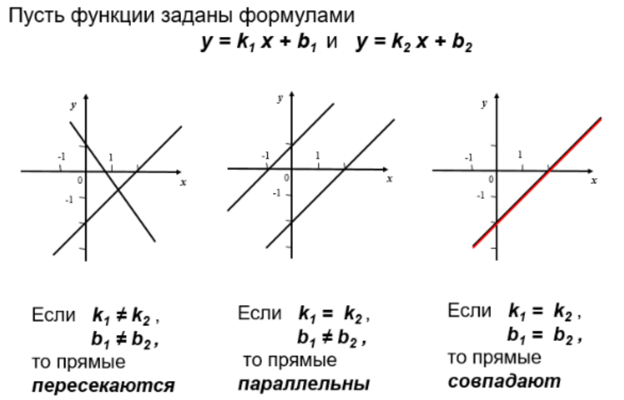


*Рис. 1. Взаимное расположение графиков линейных функций*

Выражая $y$ из каждого уравнения, получим систему: $\begin{cases} y = \dfrac{-(a+1)}{4} + \dfrac{ax}{4}; \\ y = \dfrac{(a+3)}{(a+6)} - \dfrac{2x}{(a+6)}. \end{cases}$

Приравнивая угловые коэффициенты и свободные члены, получаем систему: $\begin{cases} \dfrac{a}{4} = -\dfrac{2}{(a+6)}; \\ \dfrac{-(a+1)}{4} = \dfrac{(a+3)}{(a+6)}. \end{cases}$

Решая систему, получаем два значения $a_1 = -4$, $a_2 = 2$. Получаем, что при $a_1 = -4$ система не имеет решений, $a_2 = 2$ система имеет бесконечное множество решений.

Заметим, что в этой задаче наглядный образ представлен в неявном виде.

*Задание 2*. При каких значениях параметра $a$ система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = a \end{cases}$ имеет единственное решение?

Решить данную задачу легче всего с помощью построения графиков функций $y = a - x$ и $x^2 + y^2 = 1$. В первом случае это прямая, во втором — окружность с центром (0,0) и радиусом 1 (рис. 2).

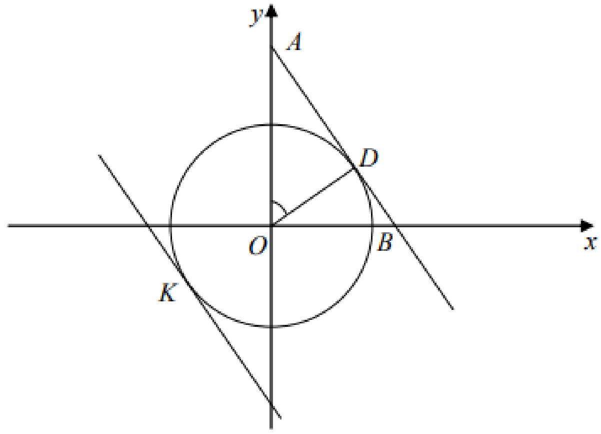


*Рис. 2. Построение графиков функции $y = a - x$ и $x^2 + y^2 = 1$*

По рисунку видно, что система имеет единственное решение, когда график $y = a - x$ касается окружности — точки K и D. Для нахождения $a$ необходимо рассмотреть равнобедренный прямоугольный треугольник ODA, по теореме Пифагора получаем, что $a = OA = \sqrt{2}$. Тогда, получаем, что при $a_1 = \sqrt{2}$ и $a_2 = -\sqrt{2}$ прямая $y = a - x$ касается окружности $x^2 + y^2 = 1$ .

Данная задача с параметром решается с помощью наглядного образа в явном виде.

Подводя итог вышесказанному, можно сделать следующие выводы: при решении уравнений с параметрами необходимо использовать когнитивно-визуальный подход, поскольку, визуализируя информацию, получаешь наглядно-образные представления о значении искомого объекта или его свойствах. Облегчается также решение за счет совокупности простых фактов, которые приводят к логическому умозаключению на основе наглядных образов. При помощи данного метода суть задания рассматривается в более простой и понятной для учащихся форме.

1. *Далингер В. А.* Когнитивно-визуальный подход и его особенности к обучению математике // Вестн. Ом. гос. пед. ун-та. Гуманитар. исслед. — 2006. — № 6. — С. 1–7.

2. *Далингер В. А.* Обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода. — Омск : Изд-во ОмГПУ, 2006. — 77 с.

3. Результаты единого государственного экзамена по математике в 2020 году. Аналитический отчет предметной комисии. — СПб. : ГБУ ДПО «СПбЦОКОиИТ», 2020. — 19 с.